

## Условия, решения, ответы и указания

### 5 класс

1. Расставьте скобки так, чтобы получилось наименьшее число

$6 \times 8 + 20 : 4 - 2 - 7 : 4$ . Полученное число запишите в таблицу

Ответ: 15.

2. Найдите наименьшее натуральное число, произведение цифр которого равно 112.

Ответ. 278

3. Из 101 далматинца у 29 пятно только на левом ухе, у 17 – только на правом ухе, а у 22 далматинцев нет пятен на ушах. Сколько далматинцев имеют пятно на правом ухе?

**Решение.** Достаточно из 101 вычесть количество далматинцев, у которых пятно только на левом ухе, и количество тех, у кого пятен нет совсем:

$$101 - 22 - 29 = 50.$$

**Ответ.** 50 далматинцев.

4. Пилюлькин, Гуся и Торопыжка украшают новогоднюю елку. Известно, что Гуся повесил на елку в два раза больше игрушек, чем Пилюлькин, Пилюлькин – на 15 игрушек меньше Торопыжки, а Торопыжка – в два раза больше, чем Гуся и Пилюлькин вместе взятые. Сколько игрушек украшают елку?

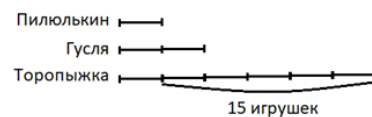
**Решение. Первый способ.** Пусть Пилюлькин повесил одну часть всех игрушек, тогда Гуся повесил две такие части, а вместе они повесили три части игрушек (см.

рисунок). Следовательно, Торопыжка повесил 6 частей, что на 5 частей больше того, что повесил Пилюлькин. Так как эти 5 частей составляют

15 игрушек, то одна часть – это три игрушки. Таким образом, ёлку

украшает  $3 + 6 + 18 = 27$  игрушек.

**Второй способ.** Пусть Пилюлькин повесил  $x$  игрушек, тогда Гуся повесил  $2x$  игрушек, а вместе они повесили  $3x$  игрушек. Торопыжка повесил  $2 \cdot 3x = 6x$  игрушек. Зная, что он повесил на 15 игрушек больше, чем Пилюлькин, составим уравнение:  $6x - x = 15$ , откуда  $x = 3$ . Таким образом, на ёлке висит 27 игрушек.



**Ответ.** 27 игрушек.

5. Какое максимальное количество кусков шоколадного торта (круглого или прямоугольного) получится, если сделать пять прямолинейных разрезов. Куски не обязательно одинаковые.

6. Коля Васин гулял после школы пять часов. Сначала он шёл по горизонтальной дороге, затем поднялся в гору и, наконец, по старому маршруту возвратился назад в исходный пункт. Его скорость была 4 км/ч на горизонтальном участке пути, 3 км/ч при подъеме в гору и 6 км/ч – при спуске с горы. Какое расстояние прошёл Коля Васин?

**Решение.** На каждый участок горной дороги по пути туда Коля тратил вдвое больше времени, чем по пути обратно. Поэтому его *средняя скорость* на "горной" дороге равнялась  $(2 \cdot 3 + 1 \cdot 6) : 3 = 4$  км/ч, то есть равнялась скорости на горизонтальной дороге. Следовательно, он прошёл  $4 \cdot 5 = 20$  км.

**Ответ.** 20 км.

7. Для заготовки дров было взято 9 брёвен. Сколько получилось поленьев, если на 4 бревнах было сделано по 5 распилов, а на 5 бревнах было сделано по 7 распилов ?

Ответ: 64

## 6 класс

1. В числе **3728954106** зачеркните пять цифр так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили как можно меньшее число. Запишите это число.

Ответ: 24106. Рассуждения, приводящие к верному ответу, школьник может не записывать.

2. На завтрак Карлсон съел 40% торта, а Малыш съел 150 г. На обед Фрекен Бок съела 30% остатка и ещё 120 г, а Матильда вылизала оставшиеся 90 г крошек от торта. Какой массы был торт изначально?

**Решение.**  $90 + 120 = 210$  г осталось после того, как Фрекен Бок съела 30% остатка. Так как Фрекен Бок съела 30% остатка, то 210 г – это 70% остатка.

$210 : 0,7 = 300$  г было перед тем, как Фрекен Бок приступила к обеду.

$300 + 150 = 450$  г было перед тем, как начал есть Малыш. Так как Карлсон съел 40% торта, то 450 г составляет 60% торта.

$450 : 0,6 = 750$  г – изначальная масса торта.

**Ответ.** 750 г.

3. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребёнка — простое число. Сколько лет младшему?

**Подсказка.** Может ли возраст младшего ребёнка быть чётным числом?

**Решение.** Возраст младшего ребёнка не может быть чётным числом, так как иначе возрасты старших детей не будут простыми числами. Он не может оканчиваться на 1, 3, 7, 9 — иначе возраст одного из старших детей будет делиться на 5. Единственное простое число, удовлетворяющее этим условиям, — 5. Проверка показывает, что если возраст младшего ребёнка будет равен 5 годам, возрасты всех старших будут выражаться простыми числами.

**Ответ.** 5 лет.

4. Из спичек выложили квадрат  $3 \times 3$  со всеми внутренними квадратами со стороной в одну спичку. Для этого понадобилось 24 спички. А сколько спичек надо использовать, чтобы сложить квадрат  $11 \times 11$  со всеми внутренними квадратами со стороной в одну спичку?

**Ответ.** 264 спичек

5. Дядя Фёдор делает бутерброды с колбасой, а Матроскин и Шарик их едят. Известно, что Матроскин съел в три раза больше бутербродов, чем Шарик, Шарик съел на 21 бутерброд меньше, чем сделал дядя Фёдор, а сделал он в два раза больше, чем Шарик и Матроскин съели вместе. Сколько всего бутербродов сделал дядя Фёдор?

**Решение. Первый способ.** Пусть Шарик съел одну часть от всех бутербродов, тогда Матроскин съел 3 таких части, а вместе они съели 4 части (см. рисунок). Следовательно, дядя Фёдор сделал 8 частей, что на 7 частей больше, чем съел бутербродов Шарик. Так как эти 7 частей составляют 21

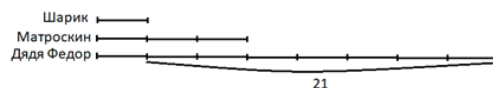
бутерброд, то одна часть – три бутерброда. Значит, всего дядя Фёдор сделал 24 бутерброда.

*Второй*

*способ.* Пусть Шарик съел  $x$  бутербродов, тогда Матроскин съел

$3x$  бутербродов, а вместе они съели  $4x$  бутербродов. Дядя Фёдор сделал  $2 \cdot 4x = 8x$  бутербродов. Зная, что это на 21 бутерброд больше, чем съел Шарик, составим уравнение:  $8x - x = 21$ , откуда  $x = 3$ .

Таким образом, дядя Фёдор сделал 24 бутерброда.



**Ответ.** 24 бутерброда.

6. В числе **10203040....190200** зачеркните двадцать восемь цифр так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили как можно меньшее число. Запишите это число.

**Ответ:** 200.

7. Пройдя  $\frac{4}{9}$  длины моста, пешеход заметил, что его догоняет машина, еще не въехавшая на мост. Тогда он повернул назад и встретился с ней у начала моста. Если бы он продолжил свое движение, то машина догнала бы его у конца моста. Найдите отношение скоростей машины и пешехода.

**Решение.** Из условия следует, что время, которое требуется машине, чтобы подъехать к мосту, равно времени, которое требуется пешеходу, чтобы пройти  $\frac{4}{9}$  моста. Следовательно, если пешеход продолжит движение, то к моменту въезда машины на мост, он пройдет  $\frac{8}{9}$  моста. Значит, за то время, пока машина проезжает мост, пешеход успевает пройти его девятую часть, поэтому скорость машины в 9 раз больше скорости пешехода.

**Ответ.** 9.

### 7 класс

1. При сложении двух натуральных чисел Коля поставил лишний ноль на конце первого слагаемого и вместо **2801** получил сумму, равную **10001**. Какие числа складывал Коля?

**Решение.** Если к десятичной записи натурального числа приписать ноль в конце, то оно увеличится в десять раз, то есть, сумма увеличится на девять первых слагаемых. Значит, первое слагаемое равно:  $(10001 - 2801) : 9 = 800$ . Второе слагаемое равно:  $2801 - 800 = 2001$ . (Если  $a + b = 2801$  и  $10a + b = 10001$ , то  $9a = 10001 - 2801$ ;  $9a = 7200$ ;  $a = 800$ ;  $b = 2001$ .)

Ответ: 800 и 2001.

2. В числе **10203040....190200** зачеркните двадцать восемь цифр так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили как можно меньшее число. Запишите это число.

Ответ: 200

3. На пяти карточках записаны натуральные числа от 1 до 5. Леша и Дима взяли себе, не глядя, по две карточки, а оставшуюся карточку, также не глядя, спрятали. Изучив свои карточки, Леша сказал Диме: "Я знаю, что сумма чисел на твоих карточках чётна!"; и был прав. Какие числа записаны на Лешиних карточках?

**Решение.** Два числа Леша видит, поэтому он знает, какие три числа остались. Если он уверен, что сумма любых двух чисел из оставшихся трёх чётна, то эти три числа должны быть одной чётности (в противном случае, сумма чётного и нечётного числа будет нечётной). В указанном наборе нет трёх чётных чисел, поэтому числа, которые Леша не видит, – это 1, 3 и 5. Значит, на его карточках записаны числа 2 и 4.

**Ответ.** 2 и 4.

4. На прямой отметили несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками отметили ещё по точке. Такое "уплотнение" повторили ещё дважды (всего 3 раза). В результате на прямой оказалось отмечено 113 точек. Сколько точек было отмечено первоначально?

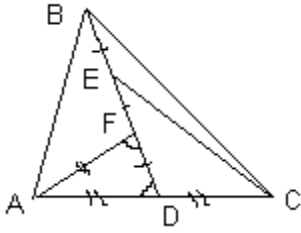
**Подсказка.** Найдите, сколько точек было перед последним уплотнением, т. е. решайте задачу "с конца".

**Решение.** Если (до уплотнения) было отмечено  $n$  точек, то после уплотнения будет отмечено  $2n - 1$  точек (из которых  $n$  старых и  $n - 1$  новая). Если после уплотнения получилось  $k$  точек, то  $2n - 1 = k$  или  $n = (k + 1)/2$ . Таким образом, до последнего уплотнения было  $(113 + 1)/2 = 57$  точек, до второго —  $(57 + 1)/2 = 29$  точек и в самом начале —  $(29 + 1)/2 = 15$  точек.

**Ответ.** 15 точек.

5. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BD$ . Точки  $E$  и  $F$  делят медиану на три равных отрезка ( $BE = EF = FD$ ). Известно, что  $AB = 1$  и  $AF = AD$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

Докажем, что треугольники  $ABF$  и  $CED$  равны (см. рис.).



Заметим, что  $AF = DC$  и  $BF = ED$ . Так как  $AFD$  - равнобедренный треугольник, то  $\angle AFD = \angle ADF$ . Углы, смежные с ними, также равны:  $\angle AFB = \angle EDC$ . Следовательно,  $\triangle ABF = \triangle CED$  по двум сторонам и углу между ними, значит,  $CE = AB$ .

Ответ:  $CE = 1$ .

6. Купец продаёт двух коней с сёдлами, причем цена одного седла 120 рублей, а другого – 25 рублей. Первый конь с хорошим седлом втрое дороже другого с дешёвым, а другой конь с хорошим седлом вдвое дешевле первого коня с дешёвым. Какова цена каждого коня?

Решение. Обозначим цены коней через  $x$  и  $y$ . По условию  $x + 120 = 3(y + 25)$ ,  $x + 25 = 2(y + 120)$ . Решив эту систему, находим:  $x = 735$ ,  $y = 260$ .

Ответ. 735 и 260 рублей.

7. Когда бочка пуста на 30%, она содержит на 30 литров больше меда, чем когда она заполнена на 30%. Сколько литров меда в полной бочке?

Ответ: 75 литров.

Решение. Первый способ. Если бочка пуста на 30%, значит она заполнена на 70%, то есть 30 литров составляют 40% ее объема. Следовательно, 10% объема бочки – это 7,5 л, а весь объем – это 75 л.

Второй способ. Пусть объём бочки –  $x$  литров. По условию задачи:  $0,7x = 0,3x + 30$

Тогда  $0,4x = 30$ , то есть  $x = 75$